

Tomasz Kania

Maksymalne ideały lewostronne w algebrze operatorów na przestrzeni Banacha

Odniosę się do dwóch pytań dotyczących maksymalnych ideałów lewostronnych w algebrze $B(E)$ wszystkich ograniczonych operatorów liniowych na przestrzeni Banacha E :

- i) Czy zawsze $B(E)$ zawiera maksymalny ideał lewostronny, który nie jest (algebraicznie) skończenie generowany?
- ii) Czy każdy skończenie generowany maksymalny ideał lewostronny w $B(E)$ jest postaci $\{T \in B(E) : Tx = 0\}$ dla pewnego niezerowego wektora $x \in E$?

Ideał dwustronny złożony z operatorów skończonego rzędu nie jest zawarty w żadnym ideale lewostronnym postaci takiej jak w wypowiedzi Pytania ii), a zatem odpowiedź pozytywna na to pytanie pociągałoby odpowiedź pozytywną na Pytanie i). Główne rezultaty, które zamierzam omówić są następujące: Odpowiedź na Pytanie i) jest pozytywna dla ogromnej klasy (możliwie, że wszystkich) nieskończenie wymiarowych przestrzeni Banacha E ; odpowiedź na Pytanie ii) jest pozytywna wtedy i tylko wtedy gdy żaden skończenie generowany maksymalny ideał lewostronny w $B(E)$ nie zawiera ideału operatorów skończonego rzędu; w szczególności dla wielu klasycznych przestrzeni Banacha E odpowiedź jest istotnie pozytywna, jednak istnieją kontrprzykłady, które pokrótce przedstawię. Co ciekawe, nie znamy odpowiedzi na Pytanie ii) dla przestrzeni $E = C[0, 1]$.

Powyższe wyniki pochodzą z dwóch prac: jednej wspólnej z H. G. Dalesem, T. Kochankiem, P. Koszmiderem i N. Laustsenem oraz drugiej wspólnej z N. Laustsenem.